Versuchsvorbereitung P1-42: Lichtgeschwindigkeitsmessung

Michael Walz
Gruppe 10

20. Januar 2008

Inhaltsverzeichnis

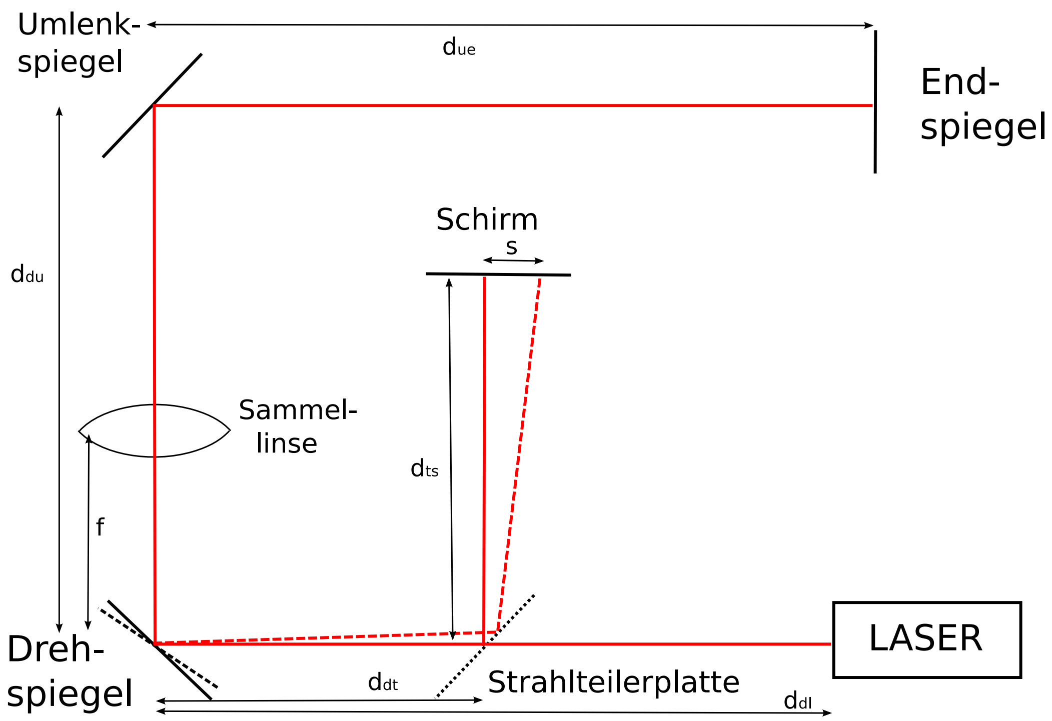
V Vorbemerkung

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass die Lichtgeschwindigkeit in Luft gleich der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Ist ist vorallem bei der Messung der Brechzahlen von Bedeutung. Ebenso wird von der Dispersionsfreiheit der Luft ausgegangen.

1 Drehspiegelmethode

1.1 Aufbau

Bei dieser Methode wird die Lichtgeschwindigkeit gemessen, indem sich ein Drehspiegel um einen bestimmten Winkel weiterdreht, bevor das Licht ihn wieder erreicht. Der Aufbau des Versuchs ist nachstehend skizziert:



Dabei sind die Abstände $d_{ue} = 6{,}57\,\mathrm{m}$, $d_{du} = 7{,}23\,\mathrm{m}$ und $f = 5\,\mathrm{m}$ fest. Der Abstand zum Laser ist variabel: $d_{dl,\max} = 6{,}8\,\mathrm{m}$. Die Position der Linse muss genau so gewählt werden, dass der Brennpunkt auf dem Drehspiegel liegt. Damit wird jeder (parallele) Strahl, der vom Umlenkspiegel kommt, im selbem Punkt auf dem Drehspiegel landen. Dabei ist der Abstand s auf dem Schirm nur noch vom Winkel abhängig, um den sich der Drehspiegel weitergedreht hat und nicht mehr vom Auftreffpunkt auf den Drehspiegel, der Auftreffpunkt wäre ohne Linse von der Stellung des Drehspiegels abhängig, sodass sich ein wandernder Punkt (bzw. ein Strich) ohne Linse auf dem Schirm bilden würde. Dies ist aber ungewünscht.

Der Abstand des Lasers vom Drehspiegel ergibt sich, wenn man den Abstand bis zur Linse $g = d_{dl} + f$ als Gegenstandweite und den Abstand der Linse um Endspiegel $b = d_{du} - f + d_{ue}$ als Bildweite für die Linsengleichung $f^{-1} = g^{-1} + b^{-1}$ benutzt. Der Vorteil der Linse ist, dass sie den divergenten Strahl[1] des Lasers wieder auf den Endspiegel so weit wie möglich bündelt, sodass auch bei stehenden Drehspiegel kein zu großer Lichtfleck auf dem Schirm zu erkennen ist.

[1] jeder Strahl fächert auf Grund der Beugung auf

Die Linsengleichung führt dann zu der Formel:

$$d_{dl} = \frac{f^2}{d_{du} + d_{ue} - 2f} = 6{,}579\,\mathrm{m}$$

Aus gleichem Grund muss der Abstand des Schirms zu Linse identisch mit dem Abstand des Lasers zu Linse sein:

$$d_{dl} = d_{dt} + d_{ts}$$

Gemessen werden muss der Abstand s auf dem Schirm zwischen dem Lichtpunkt bei stehendem Drehspiegel[2] und bei (mit einer bekannten Frequenz f) rotierendem Drehspiegel. Bis das Licht den Drehspiegel wieder erreicht hat, ist eine Zeit t vergangen, in der sich der Spiegel um einen Winkel α weiter drehen konnte.

$$t = 2 \cdot \frac{d_{ue} + d_{du}}{c} \qquad \alpha = 2\pi f \cdot t$$

Dies ergibt eine Ablenkung des Strahls um 2α im Vergleich zum ruhenden Drehspiegel. Der Abstand s ergibt sich ein gedachtes rechtwinkliges Dreieck zwischen Drehspiegel und Schirm:

$$\tan 2\alpha = \frac{s}{d_{ts} + d_{dt}} \qquad \underbrace{\Rightarrow}_{\tan\beta\approx\beta} \qquad c \approx 8\pi f d_{dl} \cdot \frac{d_{ue} + d_{du}}{s}$$

Einsetzen der Werte für die Abstände, für $c = 3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und unter Benutzung der maximalen Frequenz $f_{max} = 500\,\mathrm{Hz}$ des Drehspiegels liefert für die Ablenkung s einen zu erwartenden Wert:

$$s = 3{,}80\,\mathrm{mm}$$

Das Auge sieht einen ruhenden Punkt auf dem Schirm, da zum einen wegen der Linse vom Licht immer der gleiche Punkt getroffen wird (bei konstanter Frequenz des Drehspiegels) und zum anderen da das menschliche Auge nicht mehr in der Lage ist, das Flimmern bei einer solch hohen Frequenz wahrzunehmen.

1.2 Justierung der Apparatur

Nun muss die Apparatur justiert werden. Dabei sind die oben berechneten Abstände gemäß der Reihenfolge des Aufgabenblattes einzustellen. Die Lupe sollte idealerweise nahe am Auge und weit weg vom Schirm stehen. Das gilt es allerdings auszuprobieren, da auch Effekte wie Spiegelung von Tageslicht o.ä. eine große Rolle beim Ablesen spielen können.

1.3 Messung

Gemessen wird die Abweichung s in Abhängigkeit zur Motorfrequenz f. Daraus kann über einen lineare Regression die Lichtgeschwindigkeit berechnet werden. Außerdem soll noch die Rotationsfrequenz der Drehspiegels mit einer Stimmgabel kontrolliert werden. Dies ist möglich, da bei fast gleichen Frequenzen Schwebungen auftreten[3].

2 Phasenvergleichsmethode

2.1 Theorie

Bei dieser Methode soll die Lichtgeschwindigkeit über die Phasenverschiebung einer Spannung mit Hilfe eines Oszilloskops bestimmt werden. Dazu werden eine Leuchtdiode und eine

[2] aber natürlich in einer Stellung, die das Licht weiter zum Umlenkspiegel leitet
[3] vgl. Versuch Oszilloskop

Photodiode in einem Abstand d von einander aufgebaut. An die Leuchtdiode wird ein periodische Spannung mit der Frequenz f angelegt. Diese Spannung und die Spannung der Photodiode, werden an ein Oszilloskop angelegt. Die Spannung der Photodiode sollte bis auf eine zeitlich Phasenverschiebung von $\Delta t = \frac{d}{c}$ identisch[4] mit der Spannung der Leuchtdiode sein.

Für $d = 1\,\mathrm{m}$ ergibt sich eine Zeit ΔT. Diese soll ca. ein Zehntel der Periodendauer T betragen.

$$T = 10 \cdot \Delta T = 10 \cdot \frac{1\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 3{,}33 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad f = 30\,\mathrm{MHz}$$

Das Licht müsste also mit 30 MHz moduliert werden. Wenn das Oszilloskop die Abweichung von 3,33 ns auf ca. 5 mm auflösen soll, müsste es in X-Richtung ca. $\frac{5mm}{3{,}33\,\mathrm{ns}} = 150\,\frac{\mathrm{cm}}{\mu\mathrm{s}}$ realisieren können. Konventionelle Oszilloskope sind mit ca. $10\,\frac{\mathrm{cm}}{\mu\mathrm{s}}$ deutlich zu langsam.

Deshalb wird aus von den Dioden kommende Signal $S_i = a \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$[5] mit einem Hilfssignal $S_H = A \cdot \cos(\Omega t)$ multiplikativ verknüpft:

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x-y) + \cos(x+y)\right)$$

$$\hat{S}_i = S_i \cdot S_H = \frac{a \cdot A}{2}\left[\cos\left((\omega - \Omega)t + \varphi_i\right) + \cos\left((\omega + \Omega)t + \varphi_i\right)\right]$$

Der hochfrequente zweite Term wird durch Tiefpässe[6] unterdrückt, sodass man Oszilloskop faktisch nun zwei niederfrequente Signale anliegen:

$$\hat{S}_1 = \frac{a \cdot A}{2}\cos\left((\omega - \Omega)t + \varphi_1\right) \qquad \hat{S}_2 = \frac{a \cdot A}{2}\cos\left((\omega - \Omega)t + \varphi_2\right)$$

Die Phasendifferenz $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ muss nun nicht als Bruchteil der hochfrequenten Schwingung mit Periodendauer $T_{\mathrm{hoch}} = \frac{2\pi}{\omega}$ abgelesen werden, sondern kann als Bruchteil der niederfrequenten Schwingung mit Periodendauer $T_{\mathrm{nieder}} = \frac{2\pi}{\omega - \Omega}$ abgelesen werden. Damit gibt sich eine Zeitdehnung um den Faktor:

$$\frac{T_{\mathrm{nieder}}}{T_{\mathrm{hoch}}} = \frac{\omega}{\omega - \Omega} = 600 \qquad \omega = 2\pi \cdot 60\,\mathrm{MHz} \qquad \Omega = 2\pi \cdot 59{,}9\,\mathrm{MHz}$$

2.2 Justierung und Eichung

Bei der Justierung soll mit Hilfe der Justierschrauben und des Kondensors das Licht parallel zur Zeiß-Schiene ausgerichtetet werden. Damit muss versucht werden, die Photodiode möglichst optimal auszuleuchten, um auch bei großen Abständen von Leucht- und Photodiode vernünftig messen zu können. Zur Intensitätsmessung der Photodiode soll das Oszilloskop zu Hilfe genommen werden. Die Frequenz ω muss über einen Frequenzzähler bestimmt werden. Dazu kann die nicht-grünberingte Buchse verwendet werden; an ihr liegt ein Zehntel der Frequenz ω an. Auch die Frequenzdifferenz $\omega - \Omega$ muss mit Hilfe des Frequenzzählers gemessen werden.

Anschließend kann damit die Zeitablenkung des Oszilloskops in den Bereichen $0{,}5\,\frac{\mu\mathrm{s}}{\mathrm{Einheit}}$ und $0{,}1\,\frac{\mu\mathrm{s}}{\mathrm{Einheit}}$ geeicht werden. Dies ist notwendig, da die Zeitungenauigkeit des Zeitsignals des Oszilloskops zu ungenau ist.

[4] Da aber auch Effekte wie Kabellänge, Elektronik der Dioden/Oszilloskop eine Rolle spielen, sollte man nur die Änderung der Phasenverschiebung bei Änderung des Abstandes d messen.

[5] Die Differenz zwischen φ_1 und φ_2 ist die gesuchte Phasenverschiebung

[6] i.A. einen spezielle Schaltung von Spulen

2.3 Lichtgeschwindigkeitsmessung

2.3.1 Lichtgeschwindigkeit in Luft

Über das Oszilloskop soll die Phasenverschiebung zwischen den beiden Signalen der Dioden in Abhängigkeit von der Änderung des Abstandes gemessen werden. Dabei ist die Zeitdehnung $\frac{\omega}{\omega-\Omega}$ zu beachten

2.3.2 Brechzahl von Wasser

Nun soll $s = 1\,\mathrm{m}$ des Luftweges durch Wasser ersetzt werden und die dadurch entstandene Zeitdifferenz Δt gemessen werden.

Durch die Ersetzung hat sich der optische Weg des Lichts um

$$\Delta s = (n_{\text{Wasser}} - \underbrace{n_{\text{Luft}}}_{\approx 1}) \cdot s$$

verlängert. Über die bereits gemessene Lichtgeschwindigkeit kann nun die Brechzahl von Wasser berechnet werden:

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad n_{\text{Wasser}} = \frac{c \cdot \Delta t}{s} + 1$$

2.3.3 Brechzahl von Plexiglas

Analog dazu soll nun die Brechzahl von Plexiglas bestimmt werden.

2.3.4 Lissajousfiguren

Da – wie bereits erwähnt – die Zeitableitung des Oszilloskops nicht sonderlich gut ist, kann man auch die beiden Signale im XY-Modus übereinander darstellen. Bei einer Phasenverschiebung von ganzzahligen Vielfachen von $\frac{\lambda}{2}$ erhält man Geraden. Man stellt den Abstand der Dioden also so ein, dass eine Gerade entsteht und misst die Abstand Δs zum nächsten Ort, an dem wieder eine Gerade entsteht.

$$\Delta s = \frac{\lambda}{2} \qquad c = \lambda \cdot f = 2 \cdot \Delta s \cdot f$$

2.3.5 Lissajousfiguren für Brechzahlen

Wir ersetzen wieder eine Länge s des Luftweges durch ein Medium. Dadurch verschwindet die davor eingestellte Gerade auf dem Oszilloskop. Nun misst man die Länge Δs, um die man den Luftweg nun kürzer machen muss, um wieder die gleiche Gerade auf dem Oszilloskop zu sehen.

$$\Delta s = (n_{\text{Medium}} - \underbrace{n_{\text{Luft}}}_{\approx 1}) \cdot s$$

$$\Rightarrow \quad n_{\text{Medium}} = \frac{\Delta s}{s} + 1$$